

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ' ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β')
ΤΡΙΤΗ 10 ΙΟΥΝΙΟΥ 2014
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ (ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)

Απαντήσεις

ΘΕΜΑ Α

- A1. **γ** A2. **β** A3. **γ ή β** (οδηγία ΚΕΕ) A4. **β**
 A5. α) **Σ** β) **Σ** γ) **Λ** δ) **Λ** ε) **Σ**

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή απάντηση: iii) 2

Για τις μέγιστες ταχύτητες των ταλαντώσεων ισχύει:

$$v_{\max,1} = \omega \cdot A_1 \quad (1)$$

$$\text{και } v_{\max,2} = \omega' \cdot A_2 \quad (2)$$

Από την Αρχή Διατήρησης της Ορμής για την πλαστική κρούση προκύπτει:

$$m \cdot v_{\max,1} = 2m \cdot v_{\max,2}$$

$$\Leftrightarrow v_{\max,2} = \frac{1}{2} v_{\max,1} \quad (3)$$

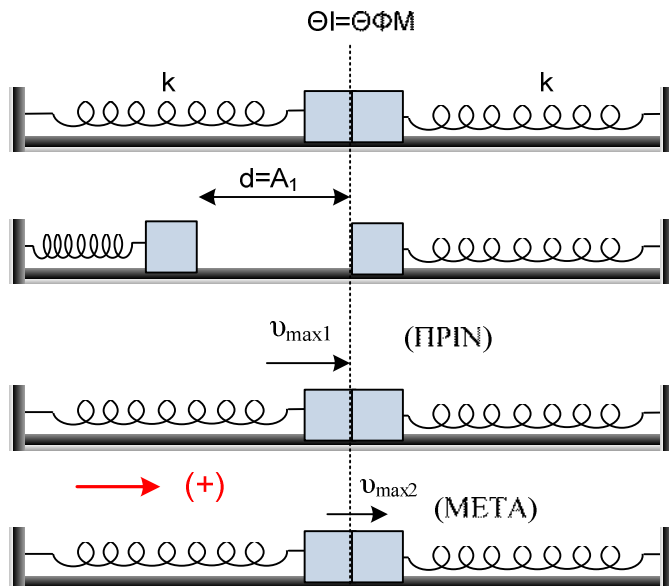
Επίσης ισχύουν:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{και} \quad \omega' = \sqrt{\frac{2k}{2m}} = \omega$$

$$\text{δηλαδή } \omega' = \omega \quad (4)$$

Η σχέση (3) αντικαθιστώντας τις (1), (2) και (4) γίνεται:

$$\omega' \cdot A_2 = \frac{1}{2} \cdot \omega \cdot A_1 \Rightarrow A_2 = \frac{1}{2} A_1 \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = 2$$



B2. Σωστή απάντηση: ii) $f_1 = 100,25 \text{ Hz}$ και $f_2 = 99,75 \text{ Hz}$

Για την περίοδο του διακροτήματος ισχύει: $T_\delta = 2 \text{ sec} \Rightarrow f_\delta = \frac{1}{2} \text{ Hz}$

$$\text{Γνωρίζουμε ότι: } f_{TAA} = \frac{f_1 + f_2}{2} \Rightarrow T_{TAA} = \frac{2}{f_1 + f_2}$$

$$\text{Επίσης είναι: } N = \frac{T_\delta}{T_{TAA}} \Rightarrow 200 = \frac{\frac{2}{f_1 + f_2}}{\frac{2}{f_1 + f_2}} \Rightarrow f_1 + f_2 = 200 \quad (1) \quad \text{και} \quad f_1 - f_2 = \frac{1}{2} \quad (2)$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις (1) και (2) προκύπτει:

$$2f_1 = 200,5 \Rightarrow f_1 = 100,25 \text{ Hz} \quad \text{και αντικαθιστώντας στην (1) παίρνουμε: } f_2 = 99,75$$

B3. Σωστή απάντηση: iii) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$

Έστω v'_1, v'_2 οι ταχύτητες των σφαιρών αμέσως μετά την ελαστική κρούση των $m_1 - m_2$. Γνωρίζουμε ότι:

$$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 < 0 \quad (1)$$

$$v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \quad (2)$$

Για την ελαστική κρούση m_2 με τον τοίχο ισχύει:

$$v''_2 = -v'_2$$

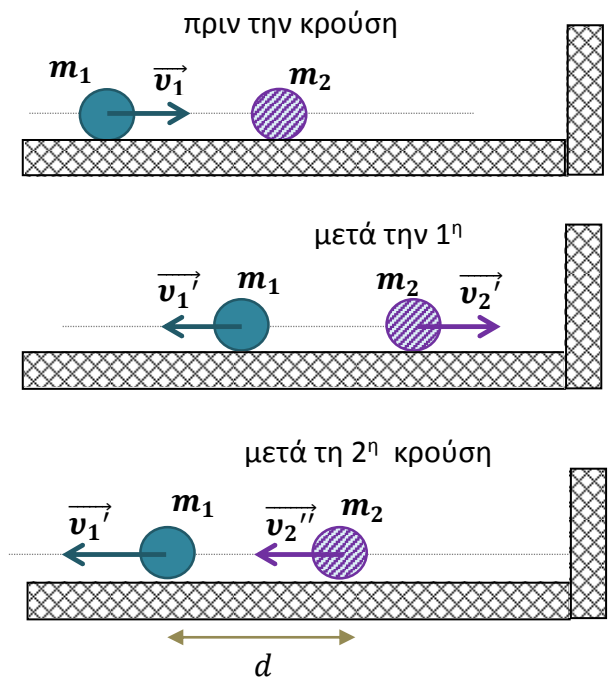
Όμως η απόσταση των m_1, m_2 είναι σταθερή.

$$\text{Οπότε } v'_1 = v''_2 \Rightarrow v'_1 = -v'_2$$

$$\Rightarrow \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 = -\frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow m_1 - m_2 = -2m_1 \Rightarrow 3m_1 = m_2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}.$$

Οι v'_1, v'_2, v''_2 είναι οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων.



ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Από το διάγραμμα παρατηρώ ότι ο χρόνος άφιξης στο (Σ) από την:

(Π_2) είναι: $t_2 = 0,2s$ και από την (Π_1): $t_1 = 1,4s$ άρα οι αποστάσεις είναι:

Από την Π_1 : $r_1 = v_\delta t_1 = 5 \cdot 1,4 = 7m$ Από την Π_2 : $r_2 = v_\delta t_2 = 5 \cdot 0,2 = 1m$

Γ2. Μεταξύ της άφιξης των δύο κυμάτων μεσολαβεί χρονικό διάστημα: $\Delta t = 1,4 - 0,2 = 1,2 \text{ sec}$.

Στο Δt γίνονται τρεις (3) ταλαντώσεις, άρα $f = \frac{N}{\Delta t} = \frac{3}{1,2} = 2,5 \text{ Hz}$

$$\text{Επίσης } \lambda = \frac{v}{f} = \frac{5}{2,5} = 2m$$

Άρα $0 \leq t < 0,2 \text{ sec}$ $y_\Sigma = 0$

$$0,2 \leq t < 1,4 \text{ sec} \quad y_\Sigma = 5 \cdot 10^{-3} \eta \mu 2\pi \left(2,5t - \frac{r_2}{\lambda} \right) = 5 \cdot 10^{-3} \eta \mu 2\pi (2,5t - 0,5) \text{ (S.I.)}$$

Για $t \geq 1,4$ έχουμε:

$$y_\Sigma = 2 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \sigma \upsilon \nu 2\pi \left(\frac{7-1}{4} \right) \eta \mu 2\pi \left(2,5t - \frac{1+7}{4} \right) = -10 \cdot 10^{-3} \eta \mu 2\pi (2,5t - 2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_\Sigma = -10^{-2} \eta \mu 2\pi (2,5t - 2) \text{ (S.I.)} \quad (1)$$

Για να "εξαφανίσουμε" το (-) μπροστά από τη σχέση (1) αυτή γράφεται:

$$y_\Sigma = 10^{-2} \cdot \eta \mu (5\pi t - 4\pi + \theta).$$

Θα πρέπει όμως η $\varphi = 5\pi t - 4\pi + \theta$ για $t = 1,4 \text{ s}$ να είναι $\varphi = 0$. Άρα $\theta = -3\pi$. Έτσι η εξίσωσή μας

$$\text{γίνεται: } y_\Sigma = 10^{-2} \cdot \eta \mu (5\pi t - 7\pi) \text{ (S.I.)} \quad (2).$$

Γ3. Σε απομάκρυνση $y_1 = 5\sqrt{3} \cdot 10^{-3} \text{ m}$ μπορεί να βρεθεί ο φελλός μετά την συμβολή των κυμάτων. Άρα $(2) \Rightarrow 5\sqrt{3} \cdot 10^{-3} = 10^{-2} \cdot \eta\mu(5\pi t - 7\pi) \Rightarrow \eta\mu(5\pi t - 7\pi) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, άρα $\sin(5\pi t - 7\pi) = \pm \frac{1}{2}$. Και από τη σχέση της ταχύτητας $\mathbf{v} = 5\pi \cdot 10^{-2} \cdot \sin(5\pi t - 7\pi)$ (S.I.) προκύπτει: $|\mathbf{v}| = 5\pi \cdot 10^{-2} \cdot |\pm \frac{1}{2}| \Rightarrow |\mathbf{v}| = 25 \cdot \pi \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$.

Γ4. $K_1 = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = \frac{1}{2} m \omega_1^2 A_1^2$ Ομοίως $K_2 = \frac{1}{2} m \omega_2^2 A_2^2 \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \left(\frac{\omega_1 A_1}{\omega_2 A_2} \right)^2$ (1)

Όμως $f_2 = \frac{10}{9} f_1 \Rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{2\pi f_2}{2\pi f_1} = \frac{10}{9}$ (2)

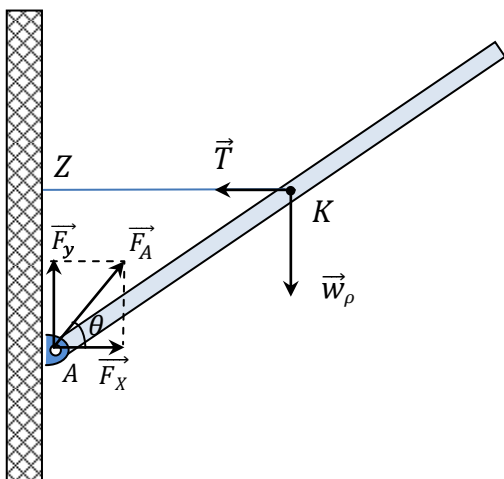
Για το νέο μήκος κύματος έχω: $\lambda_2 = \frac{v}{f_2} = \frac{v}{\frac{10}{9} f_1} = \frac{9}{10} \cdot \frac{v}{f_1} = \frac{9}{10} \lambda_1 = 1,8 \text{ m}$

$$A_2 = \left| 2,5 \cdot 10^{-3} \sin 2\pi \frac{r_1 - r_2}{2\lambda_2} \right| = \left| 10 \cdot 10^{-3} \sin 2\pi \left(\frac{7-1}{3,6} \right) \right| = \left| 10 \cdot 10^{-3} \sin 2\pi \frac{6}{3,6} \right| =$$

$$= \left| 10 \cdot 10^{-3} \sin 2\pi \frac{10}{6} \right| = \left| 10 \cdot 10^{-3} \sin \frac{10\pi}{3} \right| \Rightarrow A_2 = 5 \cdot 10^{-3} = \frac{A_1}{2} \quad (3)$$

Από (1) , (2) , (3) $\Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \left(\frac{9}{10} \cdot 2 \right)^2 = \frac{81}{25}$

ΘΕΜΑ Δ



Δ1. Από την ισορροπία της ράβδου έχουμε:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_x = T \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_y = W_\rho \Rightarrow F_y = Mg \Rightarrow F_y = 56 \text{ N}$$

$$\text{και } \Sigma \vec{\tau}_A = 0 \Rightarrow \vec{\tau}_{W_\rho} + \vec{\tau}_T + \vec{\tau}_{F_x} + \vec{\tau}_{F_y} = 0$$

$$\Rightarrow M \cdot g \cdot (ZK) - T \cdot (AZ) = 0$$

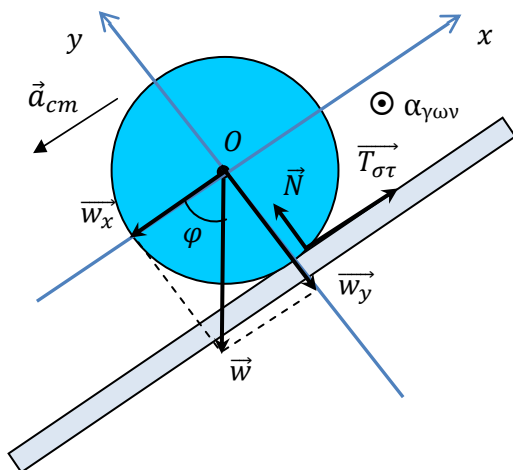
$$\Rightarrow T = M \cdot g \cdot \frac{(ZK)}{(AZ)} \Rightarrow T = \frac{M \cdot g \cdot (AK) \cdot \eta\mu\varphi}{(AK) \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi}$$

$$\Rightarrow T = \frac{56 \cdot 0,6}{0,8} \Rightarrow T = 42 \text{ N}$$

Οπότε, από τη σχέση (1) έχουμε: $F_x = 42 \text{ N}$

$$\text{και } F_A = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \Rightarrow F_A = \sqrt{42^2 + 56^2} \Rightarrow F_A = 70 \text{ N}$$

$$\mu\epsilon \quad \varepsilon\varphi\theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{56}{42} = \frac{4}{3}$$



Δ2. Αναλύουμε το βάρος της σφαίρας:

$$w_x = mg \sin \varphi \text{ και } w_y = mg \cos \varphi$$

Για τη μεταφορική κίνηση της σφαίρας έχουμε:

$$\Sigma F = m a_{cm} \Rightarrow mg \sin \varphi - T_{\sigma\tau} = m \cdot a_{cm} \quad (2)$$

Για τη στροφική κίνηση έχουμε:

$$\Sigma \tau = I \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_{\sigma\tau} \cdot r = \frac{2}{5} m r^2 \frac{a_{cm}}{r} \Rightarrow T_{\sigma\tau} = \frac{2}{5} m a_{cm} \quad (3)$$

Από τις σχέσεις (2) και (3) παίρνουμε:

$$mg \sin \varphi = \frac{7}{5} m a_{cm} \Rightarrow 10 \cdot 0,8 = \frac{7}{5} a_{cm} \Rightarrow a_{cm} = \frac{40}{7} \text{ m/s}^2$$

$$\text{Άρα: } \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{a_{cm}}{r} = \frac{\frac{40}{7}}{\frac{1}{70}} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = 400 \text{ rad/s}^2$$

Δ3. Στη σφαίρα ισχύει: $\overrightarrow{\Sigma F_y} = 0 \Rightarrow N = mg \cos \varphi \Rightarrow N = 4 \cdot 0,6 = 2,4 \text{ N}$

Όμως στη ράβδο ασκείται η N' που είναι η αντίδραση της N .

Οπότε: $N' = 2,4 \text{ N}$.

Η ράβδος ισορροπεί, οπότε ισχύει:

$$(\Sigma \tau)_A = 0 \Rightarrow W_\rho \frac{l}{2} \cos \varphi - T \frac{l}{2} \sin \varphi + N' \left(\frac{l}{2} + x \right) = 0$$

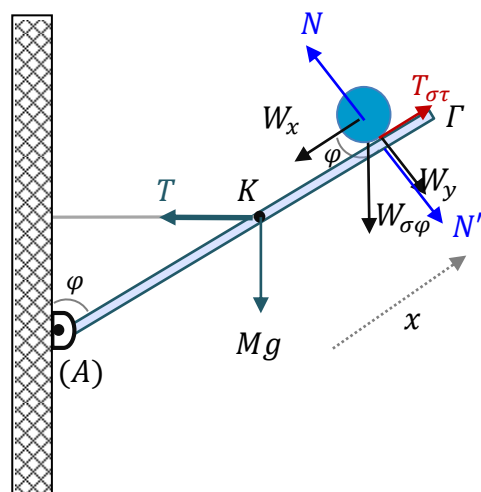
$$\Rightarrow 56 \cdot 0,6 - T \cdot 0,8 + 2,4(1 + x) = 0$$

$$\Rightarrow 56 \cdot 0,6 - T \cdot 0,8 + 2,4 + 2,4x = 0$$

$$\Rightarrow 33,6 - T \cdot 0,8 + 2,4 + 2,4x = 0$$

$$\Rightarrow 36 - 0,8T + 2,4x = 0$$

$$\Rightarrow T = 45 + 3x \text{ (S.I.) με } 0 \leq x \leq 1 \text{ m.}$$



Δ4. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τη ράβδο δίνεται από τη σχέση:

$$\left(\frac{\Delta K}{\Delta t} \right)_{\rho\alpha\beta\delta\sigma\nu} = \Sigma \tau \cdot \omega \quad (4) \quad \text{Όμως } \Sigma \tau = W_\rho d \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Sigma \tau = W_\rho \frac{l}{2} \cos \varphi \Rightarrow \Sigma \tau = 56 \cdot \frac{2}{2} \cdot 0,6 = 33,6 \text{ N} \cdot \text{m}$$

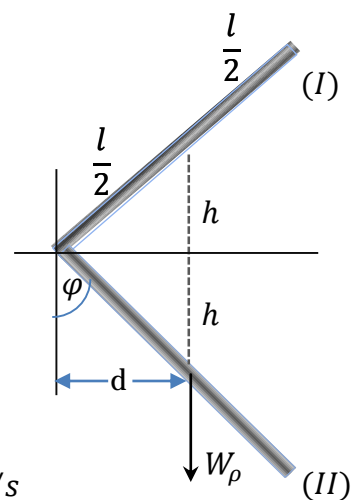
Εφαρμόζοντας ΘΜΚΕ από τη θέση (I) στη θέση (II) παίρνουμε:

$$K_T - K_A = W w_\rho \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} I_\rho \omega_\tau^2 = mg 2h, \text{ όπου } h = \frac{l}{2} \sin \varphi = 0,8$$

$$\text{Άρα } \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 5,6 \cdot 4 \omega_\tau^2 = 5,6 \cdot 10 \cdot 1,6 \Rightarrow \omega_\tau^2 = \frac{3}{2} 16 \Rightarrow \omega_\tau = 2\sqrt{6} \text{ r/s}$$

$$\text{Τέλος από τη σχέση (4): } \left(\frac{\Delta K}{\Delta t} \right)_{\rho\alpha\beta\delta} = 33,6 \cdot 2\sqrt{6} = 67,2\sqrt{6} \text{ J/s}$$



Δ5. Μετά την κρούση οι ράβδοι κινούνται μαζί.

$$I_{\sigma\upsilon\sigma\tau} = I_{\rho} + I'_{\rho} = \frac{1}{3} Ml^2 + \frac{1}{3} 3Ml^2 = \frac{4}{3} Ml^2$$

Από την **Αρχή Διατήρησης Στροφορμής** για την κρούση των ράβδων:

$$I_{\rho} \cdot \omega_{\tau} = I_{\sigma\upsilon\sigma\tau} \cdot \omega' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega' = \frac{I_{\rho}}{I_{\sigma\upsilon\sigma\tau}} \omega_{\tau} = \frac{\frac{1}{3} Ml^2}{\frac{4}{3} Ml^2} \omega_{\tau} = \frac{1}{4} \omega_{\tau} \Rightarrow \omega' = \frac{1}{4} \omega_{\tau} \quad (5)$$

$$\text{Όμως } \pi\% = \frac{E_{\text{ΑΠΩΛ}}}{K_{\text{ΠΡΙΝ}}} 100\% = \frac{K_{\text{ΠΡΙΝ}} - K_{\text{ΜΕΤΑ}}}{K_{\text{ΠΡΙΝ}}} 100\% \Rightarrow \quad (5)$$

$$\pi\% = \frac{\frac{1}{2} \frac{1}{3} Ml^2 \omega_{\tau}^2 - \frac{1}{2} \frac{4}{3} Ml^2 \frac{1}{16} \omega_{\tau}^2}{\frac{1}{2} \frac{1}{3} Ml^2 \omega_{\tau}^2} 100\% = \frac{1 - \frac{4}{16}}{1} 100\% \Rightarrow$$

$$\pi\% = 75\%$$